ตัวแบบการจำลอง

Simulation

การจำลองเป็นวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ศึกษา วิเคราะห์ระบบรวมถึงการแก้ปัญหาโดยการทดลองซ้ำๆกับตัวแบบจำลอง

การพัฒนาตัวแบบ

- วิธีการเชิงคณิตศาสตร์
  - ทฤษฎีความน่าจะเป็น พีชคณิต แคลคูลัส...
  - คำตอบที่ได้มีความเม่นยำสูง
  - ควรมีพารามิเตอร์น้อย
  - ยุ่งยากเมื่อระบบมีความซับซ้อน
- วิธีเชิงตัวเลขบนพื้นฐานการจำลอง
  - ง่าย และเหมาะสำหรับระบบที่ซับซ้อน

ลักษณะตัวแบบจำลอง

- ตัวแบบกายภาพ: ห้องจำลองการบิน หุ่นจำลอง
- ตัวแบบนามธรรม: แผนภูมิ ผังงาน กราฟ ตัวแบบคณิตศาสตร์

ข้อดี-ข้อเสียการจำลอง

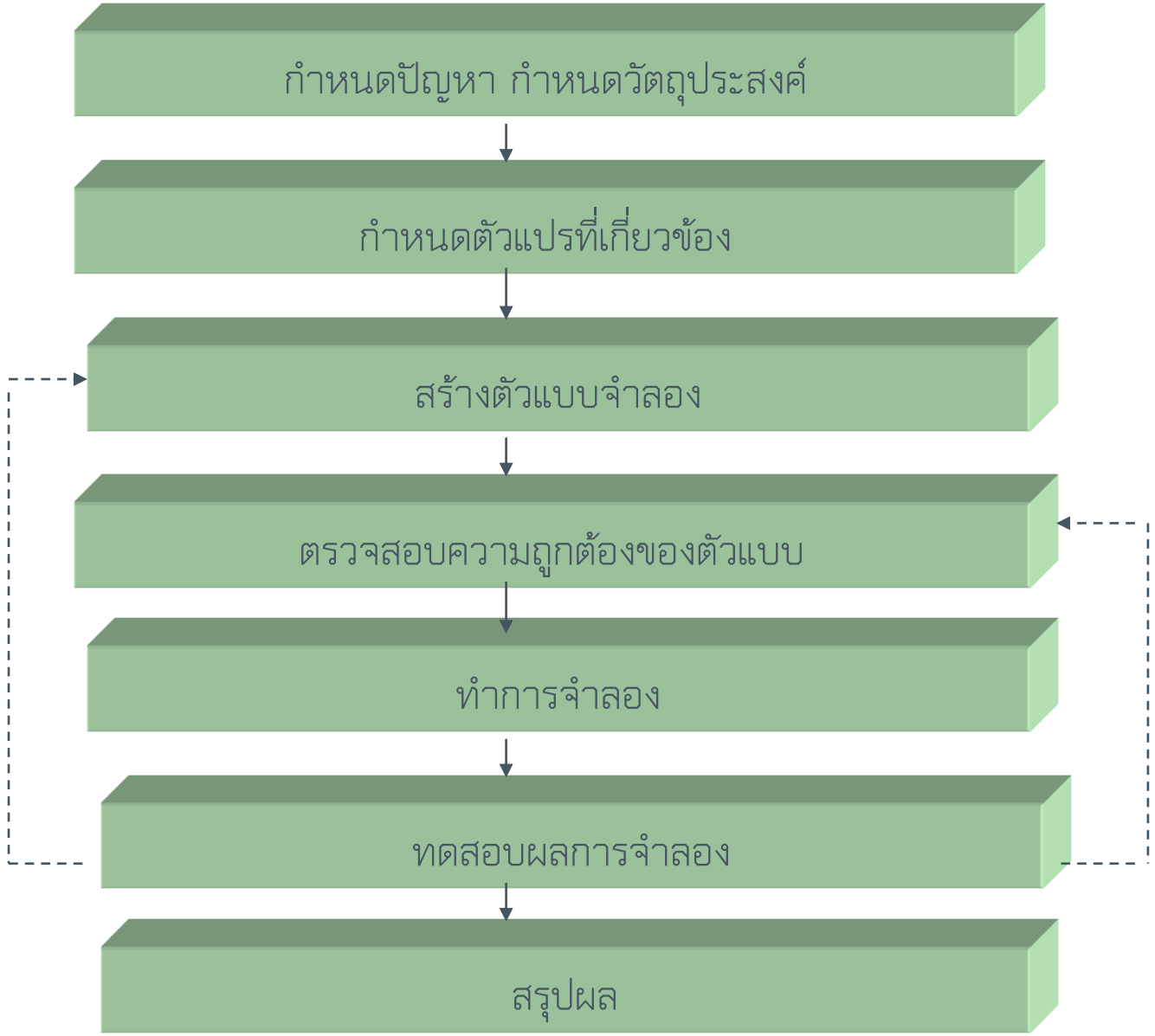
ข้อดี

- สามารถย่นระยะเวลาการศึกษาทดลองให้สั้นลง
- สามารถใช้วิธีการจำลองในการทดลองสูตร ตัวแบบคณิตศาสตร์ หรือนโยบายใหม่ๆ ก่อนนำไปใช้จริง
- สามารถแก้ปัญหา หรือวิเคราะห์ระบบที่มีความซับซ้อน เช่นระบบคิว ระบบสินค้าคงคลัง

ข้อเสีย

- ใช้เวลามาก
- เสียค่าใช้จ่ายสูง
- คำตอบที่ได้จากการจำลองเป็นค่าประมาณ

ขั้นตอนการจำลอง



ตัวอย่างการใช้วิธีการจำลอง

นาย Aและนาย B เล่มเกมโยนเหรียญ โดยสลับการโยนอย่างสุ่มจนกว่าเหรียญจะออกหัว มีกติกาว่าผู้ที่โยนแล้วเหรียญออกหัวก่อนจะเป็นผู้ชนะ และได้เงินจากอีกฝ่ายหนึ่ง 10 บาท ถ้านาย Aเป็นคนโยนเหรียญก่อน จงหาความน่าจะเป็นที่นาย A จะเป็นผู้ชนะในการเล่นเกมแต่ละครั้ง และนาย A จะได้เงินโดยเฉลี่ยเท่าใดต่อหนึ่งเกม สมมุติว่าเหรียญเที่ยงตรง

การจำลองจะต้องทำการทดลองซ้ำ ๆกัน หลาย ๆ ครั้ง เช่น n ครั้ง และนับจำนวนครั้งที่นาย A ชนะ สมมุติว่าชนะ m ครั้ง แสดงว่าความน่าจะเป็นที่นาย A จะชนะ (P) เท่ากับ P = m/n ในที่นี้จะไม่ใช้วิธีการโยนเหรียญ แต่ใช้ตัวเลขสุ่มในการจำลอง

วิธีการสุ่มตัวเลข

ความน่าจะเป็นที่จะออกหัวเท่ากับความน่าจะเป็นในการออกก้อยเท่ากับ 0.5

กำหนดกลุ่มตัวเลข 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

- กลุ่มที่หนึ่ง ได้ 0,1,2,3,4 ออก หัว (H)
- กลุ่มที่สอง ได้ 5,6,7,8,9 ออก ก้อย (T)

กำหนดตัวเลขเป็นช่วง [0,1]

- ช่วงที่หนึ่ง ได้ [0,0.5] ออก หัว (H)
- ช่วงที่สอง ได้ (0.5,1] ออก ก้อย (T)
- เรียกตัวเลขในช่วง [0,1] ว่าตัวเลขสุ่ม(random number)จากการแจกแจงเอกรูป (uniform dustribution) ในช่วง [0,1]แทนด้วยสัญลักษณ์ U(0,1)

กติกา: ผู้ที่โยนแล้วเหรียญออกหัวก่อนจะเป็นผู้ชนะ

การจำลองหรือการทดลองการเล่มเกมแต่ละครั้งจะจบลงก็ต่อเมื่อนาย A หรือนาย B โยนเหรียญออกหัว

นับจำนวนครั้งที่นาย A ชนะ

คำนวณเงินได้ของนาย A

ข้อตกลง คือ สุ่มตัวเลขในช่วง [0,1]

นาย A โยน ถ้าตัวเลขสุ่ม [0,0.5] แสดงว่าเหรียญออกหัว ถ้าตัวเลขสุ่ม (0.5,1] แสดงว่าเหรียญออกก้อย เหรียญออกหัวนาย A ชนะได้เงิน 10 บาท เกมจบ เหรียญออกก้อยนาย B โยนต่อ และถ้าเหรียญออกหัว นาย B ชนะ นาย A ต้องจ่ายเงินให้นาย B 10 บาท เกมจบ ถ้ายังไม่มีใครที่โยนได้เหรียญออกหัวต้องเล่นต่อไปเรื่อย ๆ

เกมครั้งที่	A โยนเหรียญ		B โยนเหรียญ		จำนวนครั้งที่ A ชนะ	จำนวนเงินที่นาย A ได้
	เลขสุ่ม W	ผลลัพธ์	เลขสุ่ม V	ผลลัพธ์		
1	0.979	T	0.872	T	0	0
	0.293	H	เกมจบ		1	10
2	0.774	T	0.986	T	1	10
	0.653	T	0.986	T	1	10
	0.739	T	0.796	T	1	10
	0.761	T	0.662	T	1	10
	0.903	T	0.835	T	1	10
	0.302	H	เกมจบ		2	20
3	0.444	H	เกมจบ		3	30
4	0.056	H	เกมจบ		4	40
5	0.198	H	เกมจบ		5	50
6	0.070	H	เกมจบ		6	60
7	0.813	L	0.785	T	6	60
	0.758	L	0.681	T	6	60
	0.413	H	เกมจบ		7	70
8	0.627	T	0.115	H	7	60
9	0.281	H	เกมจบ		8	80
10	0.693	T	0.730	T	8	80
	0.082	H	เกมจบ		9	90
11	0.820	T	0.603	T	9	90
	0.201	H	เกมจบ		10	100
12	0.975	T	0.632	T	10	100
	0.138	H	เกมจบ		11	110

จำนวนการโยน =12

จำนวนครั้งที่ A ชนะ=11

ความน่าจะเป็นที่ A ชนะ= 11/12

จำนวนเงินที่ได้เฉลี่ยต่อเกม=(11)(10)/12=9.17 บาท

วิธีมอนติคาร์โล(Monte Carlo Method)

เป็นการจำลองแบบไม่ต่อเนื่องโดยใช้เลขสุ่ม เชิงความน่าจะเป็น(stochastic) และใช้เลขสุ่ม U(0,1)

ขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โล

1. หาการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรที่สำคัญ
2. สร้างการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมสำหรับตัวแปรในขั้นที่ 1
3. กำหนดช่วงของตัวเลขสุ่ม
4. กำเนิดของตัวเลขสุ่ม
5. ทำการจำลองระบบในแต่ละรอบจนครบจำนวนรอบที่ต้องการ

ผู้จัดการบริษัทต้องการที่จะหานโยบายสำหรับสินค้าคงคลังของบริษัทจำหน่ายยางรถยนต์ โดยพิจารณาจากความต้องการสินค้าและต้นทุนสินค้า และได้ทำการเก็บข้อมูลความต้องการสินค้าจากช่วงที่ผ่านมาเพื่อจำลองความต้องการสินค้าในแต่ละวัน

ขั้นตอนที่ 1:กำหนดการแจกแจงความน่าจะเป็น

เพื่อที่จะกำหนดการแจกแจงความน่าจะเป็นสำหรับความต้องการสินค้าเราสมมติว่าความต้องการในอดีตเป็นตัวบ่งความต้องการในอนาคต

ความต้องการสินค้า	ความถี่(วัน)
0	10
1	20
2	40
3	60
4	40
5	30

ขั้นตอนที่ 2: สร้างการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสม

ตัวแปรความต้องการ	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม
0	10/200=0.05	0.05
1	20/200=0.10	0.15
2	40/200=0.20	0.35
3	60/200=0.30	0.65
4	40/200=0.20	0.85
5	30/200=0.15	1.00

ขั้นตอนที่ 3:กำหนดช่วงของตัวแปรสุ่ม

การกำหนดช่วงของตัวแปรสุ่มทำได้แตกต่างกันขึ้นอยู่กับการกำหนดในแต่ละแบบแต่ต้องไม่ทำให้สัดส่วนของผลลัพธ์เปลี่ยน

ความต้องการในแต่ละวัน	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขสุ่ม
0	10/200=0.05	0.05	01 ถึง 05
1	20/200=0.10	0.15	06 ถึง15
2	40/200=0.20	0.35	16 ถึง 35
3	60/200=0.30	0.65	36 ถึง 65
4	40/200=0.20	0.85	66 ถึง 85
5	30/200=0.15	1.00	86 ถึง 00

ขั้นตอนที่ 4:การกำเนิดตัวเลขสุ่ม

การให้กำเนิดตัวเลขสุ่มได้แก่ การใช้ตารางเลขสุ่ม การจับฉลาก การหมุนวงล้อโปรแกรม เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 5:ทำการทดลองในแบบจำลอง

ผลการจำลองจะให้ค่าที่แตกต่างกันหากการทำการทดลองมีรอบการทำซ้ำที่น้อยเกินไป

ค่าคาดหวังของความต้องการสินค้าแต่ละวัน $= \sum_{i=0}^{5} (\text{ความน่าจะเป็น}\ )\times(\text{ความต้องการ})$

วัน	ตัวเลขสุ่ม	ความต้องการที่ได้จากการจำลอง
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5

ความต้องการรวม 10 วัน =39

ความต้องการในแต่ละวัน	ช่วงของตัวเลขสุ่ม
0	01 ถึง 05
1	06 ถึง15
2	16 ถึง 35
3	36 ถึง 65
4	66 ถึง 85
5	86 ถึง 00

ค่าเฉลี่ยความต้องการแต่ละวัน=3.9

ตัวแบบจำลองและการวิเคราะห์สินค้าคงคลัง

Case study :Simkin'Hardware Store

Mark Simkin, เจ้าของกิจการและผู้จัดการต้องการที่จะหานโยบายที่ดีสำหรับสินค้าคงคลังสำหรับเครื่องเจาะ และตัดสินใจใช้การจำลองเพื่อการตัดสินใจดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: กำหนดปัญหา

การหานโยบายที่ดีสำหรับสินค้าคงคลังของเครื่องเจาะ

ขั้นตอนที่ 2: ตัวแปรที่สำคัญสำหรับการจำลองแบบ

- ตัวแปรนำเข้าที่ควบคุมได้หรือตัวแปรตัดสินใจ: ปริมาณการสั่งซื้อ และจุดสั่งซื้อ

-ตัวแปรนำเข้าที่ควบคุมไม่ได้: ความต้องการซื้อในแต่ละวัน และระยะเวลานำส่งสินค้า (ใช้ Monte Carlo เพื่อที่จะหาค่าของตัวแปรเหล่านี้)

Case study: Simkin'Hardware Store

The Monte Carlo สำหรับการจำลองค่าของความต้องการซื้อรายวัน

ตารางที่ 1: ความน่าจะเป็นและ ช่วงของตัวเลขสุ่มสำหรับความต้องการเครื่องเจาะรายวัน

ความต้องการ	จำนวนวัน	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขสุ่ม
0	15	0.05	0.05	01 to 05
1	30	0.1	0.15	06 to 15
2	60	0.20	0.35	16 to 35
3	120	0.40	0.75	36 to 75
4	45	0.15	0.90	76 to 90
5	30	0.10	1.00	91 to 00
	300			

Case study:Simkin'Hardware Store

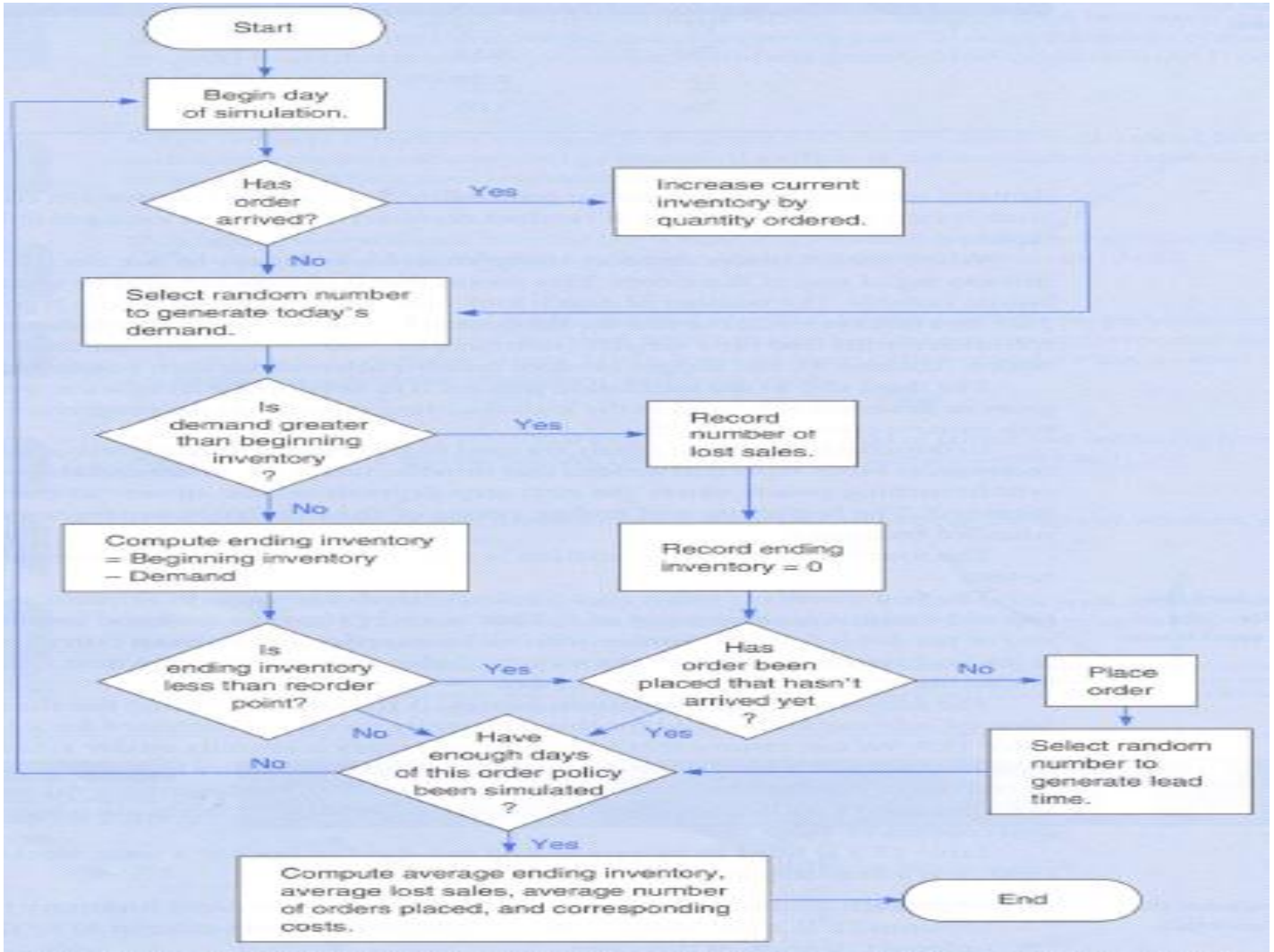
The Monte Carlo Carlo สำหรับการจำลองค่าของระยะเวลานำส่งสินค้า

ตารางที่ 2: ความน่าจะเป็นและ ช่วงของตัวเลขสุ่มสำหรับระยะเวลานำส่งสินค้า

LEAD TIME (DAYS)	ORDERS	PROBABILITY	CUMULATIVE PORBABILITY	INTERVAL OF RANDOM NUMBER
1	10	0.20	0.20	01 to 20
2	25	0.50	0.70	21 to 70
3	15	0.30	1.00	71 to 00
	50	1.00		

Case study:Simkin'Hardware Store

ขั้นตอนที่ 3: สร้างตัวแบบการจำลอง



Case study:Simkin'Hardware Store

ขั้นตอนที่ 4: ระบุค่าของตัวแปรสำหรับการทดสอบ

นโยบายแรกสำหรับสินค้าคงคลัง ที่บริษัทต้องการเพื่อที่จะจำลองคือปริมานการสั่งซื้อ 10 ด้วยจุดสั่งซื้อ 5 นั่นคือ ทุกๆครั้งที่สินค้าคงคลังของวันอยู่ในระดับ5 หรือน้อยกว่า บริษัทจะโทรหาผู้ผลิตและสั่งสินค้า 10 ชิ้น ถ้าระยะเวลานำส่งคือ 1วัน สินค้าจะยังไม่ส่งถึงเข้าวันถัดไป แต่จะมาส่งในวันทำการถัดไป

Case study : Simkin'Hardware Store

ขั้นตอนที่ 5: ดำเนินการจำลอง

ตารางที่ 3: ตารางจำลองสินค้าคงคลังที่ 1

ORDER QUANTITY = 10 UNITS REORDER POINT = 5 UNITS

DAY (1)	UNITS RECIVED (2)	BEGINNING INVENTORY (3)	RANDOM NUMBER (4)	DEMAND (5)	ENDING INVENTORY (6)	LOST SALES (7)	ORDER (8)	RANDOM NUMBER (9)	LEAD TIME (10)
1	...	10	06	1	9	0	No		
2	0	9	63	3	6	0	No		
3	0	6	57	3	3	0	Yes	02	1
4	0	3	94	5	0	2	No		
5	10	10	52	3	7	0	No		
6	0	7	69	3	4	0	Yes	33	2
7	0	4	32	2	2	0	No		
8	0	2	30	2	0	0	No		
9	10	10	48	3	7	0	No		
10	0	7	88	4	3	0	Yes	14	1
					41	2			

ผลลัพธ์ของการจำลอง

Average ending inventory = 4.1 units per day

Average lost sales = 0.2 unit per day

Average number of order placed = 0.3 order per day

Analyzing Simkin'Inventory Costs

SimKin'store เปิดทำการ 200 วันต่อปี ค่าใช้จ่ายสำหรับการสั่งซื้อ $10 ค่าเก็บรักษา $6 ต่อชิ้นต่อปี หรือ 3 cents ต่อชิ้นต่อวัน ค่าใช้จ่ายสำหรับสินค้าไม่พอใช้ $8 ต้นทุนสินค้าคงคลังต่อวันของ SimKin'store ภายใต้นโยบาย Q=10 และROP=5 เท่ากับเท่าไร

Daily order cost = (cost of placing one order) × (number of orders placed per day)

= (10)(0.3)=3

Daily holding cost = (cost of holding one unite for one day) × (average ending inventory)

=(0.03)(4.1)=0.123

Daily stockout cost = (cost per lost sale) × (average number of lost sales per day)

= (8)(0.2)=1.6

Total Daily inventory cost = daily order cost + daily holding cost + daily stockout cost

= 3+0.123+1.6

SIMULATION OF A QUEUING PROBLEM

CASE STUDY: PORT OF NEW ORLEANS

เรือบรรทุกสินค้ามาถึงท่าเรือNew Orleans ในช่วงกลางคืน จำนวน เรือที่เข้ามาเทียบท่าแต่ละคืนอยู่ในช่วง 0 – 5 ลำ ความน่าจะเป็นที่จำนวนเรือมาเทียบท่า 0,1,2,3,4 หรือ 5 ลำ แสดงดังตาราง

อัตราการเข้าเทียบท่าของจำนวนเรือบรรทุกสินค้าและช่วงตัวเลขสุ่ม

NUMBER OF ARRIVAL	PROBABILITY	CUMULATIVE PORBABILITY	INTERVAL OF RANDOM NUMBER
0	0.13	0.13	01 to 13
1	0.17	0.30	14 to 30
2	0.15	0.45	31 to 45
3	0.25	0.70	46 to 70
4	0.20	0.90	71 to 90
5	0.10	1.00	91 to 00

CASE STUDY: PORT of NEW ORLEANS

ผู้ควบคุมดูแลท่าเรือได้จัดเตรียมข้อมูลจำนวนเรือที่ถ่ายสินค้าได้ในแต่ละวันและนำมาสร้างความน่าจะเป็นสำหรับอัตราการขนถ่ายสินค้าในแต่ละวันดังแสดงในตารางที่ 5

อัตรากรขนถ่ายสินค้าและช่วงตัวเลขสุ่ม

DAILY UNLONDING RATE	PROBABILITY	CUMULATIVE PORBABILITY	INTERVAL OF RANDOM NUMBER
1	0.05	0.05	01 to 05
2	0.15	0.20	06 to 20
3	0.50	0.70	21 to 70
4	0.20	0.90	71 to 90
5	0.10	1.00	91 to 00

ทำการจำลองแถวคอยของการรับบริการของเรือจำนวน 15 วันเพื่อดูประสิทธิภาพของระบบการให้บริการ

DAY (1)	NUMBER DELAYED FROM PREVIOUS DAY (2)	RANDOM NUMBER (3)	NUMBER NIGHTY ARRIVALS (4)	TOTAL TO BE UNLOADED (5)	RANDOM NUMBER (6)	NUMBER UNLOADED (7)
1	...	52	3	3	37	3
2	0	06	0	0	63	0
3	0	50	3	3	28	3
4	0	88	4	4	02	1
5	3	53	3	6	74	4
6	2	30	1	3	35	3
7	0	10	0	0	24	0
8	0	47	3	3	03	1
9	2	99	5	7	29	3
10	4	37	2	6	60	3
11	3	66	3	6	74	4
12	2	91	5	7	85	4
13	3	35	2	5	90	4
14	1	32	2	3	73	3
15	0	00	5	5	59	3
	20		41			39

Average number of barges delayed to the next day=1.33 barges delayed per day

Average number of nightly arrivals = 2.73 arrivals

Average number of barges unloaded each day=2.6 unloadings

แบบฝึกในชั้นเรียน

ผู้จัดการบริษัทธนาคารต้องการที่จะศึกษาจำนวนช่องทางการให้บริการสำหรับการฝาก-ถอนในช่วงเวลาเร่งด่วน ซึ่งมีนโยบายว่าเวลารอคอยของลูกค้าไม่เกิน 2 นาที ข้อมูลระดับการให้บริการแสดงในตารางการให้บริการปัจจุบันสอดคล้องกับนโยบายดังกล่าวหรือไม่อย่างไร

ข้อมูลการบริการ

เวลาบริการ (นาที)	ความน่าจะเป็น
0	0
1	0.25
2	0.20
3	0.40
4	0.15

ข้อมูลการเข้ารับบริการ

เวลาที่ห่างกันของลูกค้า(นาที)	ความน่าจะเป็น
0	0.10
1	0.35
2	0.25
3	0.15
4	0.10
5	0.05

แบบฝึกในชั้นเรียน

โรงงานผลิตชิ้นส่วนรถยนต์ผลิตชิ้นส่วนวันละ 10000 ชิ้น การผลิตสินค้าแต่ละวันจะมีสินค้าจำนวนหนึ่งที่ชำรุดเสียหายและต้องคัดทิ้ง ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเท่ากับ 2 บาทต่อชิ้น การผลิตในช่วง 200 วันที่ผ่านมาพบจำนวนการชำรุดของสินค้าแสดงดังตาราง ถ้าผู้บริหารโรงงานต้องการจำลองสถานการณ์จำนวนสินค้าชำรุดและค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการชำรุด 12 วัน จงแสดงกระบวนการจำลอง

จำนวนสินค้าชำรุด(ชิ้น)	ความถี่(วัน)
20	100
30	60
40	30
50	10